

Geogebra y su incidencia en la enseñanza de la función cuadrática



Geogebra and its impact on the teaching of the quadratic function

Anato Zarramera, Pedro Luis

Pedro Luis Anato Zarramera

pedroanato@gmail.com

Universidad Pedagógica Experimental Libertador,
Venezuela

Delectus

Instituto Nacional de Investigación y Capacitación Continua, Perú
ISSN-e: 2663-1148
Periodicidad: Semestral
vol. 5, núm. 1, 2022
publicaciones.iniccperu@gmail.com

Recepción: 19 Julio 2021
Aprobación: 17 Diciembre 2021
Publicación: 01 Enero 2022

URL: <http://portal.amelica.org/ameli/jatsRepo/390/3902822003/index.html>

Esta licencia permite a otros entremezclar, ajustar y construir a partir de su obra con fines no comerciales, y aunque en sus nuevas creaciones deban reconocerle su autoría y no puedan ser utilizadas de manera comercial, no tienen que estar bajo una licencia con los mismos términos.



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial 4.0 Internacional.

Resumen: Con el propósito de indagar sobre algunas estrategias metodológicas utilizadas por los docentes de matemática para la enseñanza de la función cuadrática con el uso del software matemático Geogebra en estudiantes de la especialidad de informática del Instituto Universitario de Tecnología de Administración Industrial (IUTA), se pretende caracterizar algunos aspectos que ayuden a generar estrategias metodológicas desde la experiencia de los docentes en el aula y a la luz de la Teoría de las Situaciones Didácticas. Para la recolección de la información, se aplicó una entrevista semiestructurada y la observación participante y para el análisis de la información se contó con los aportes de la Teoría de las Situaciones Didácticas. Se obtuvieron, así, diez categorías relacionadas con cada uno de los aspectos mencionados anteriormente. Producto del proceso de triangulación (Informantes clave –Teorías de entrada– Investigador), se concluyó que los docentes de matemática atienden a la necesidad de elaborar estrategias metodológicas para la enseñanza de la función, basadas en la enseñanza tradicional; sin embargo, se nota la necesidad de que el maestro establezca una relación con los temas a enseñar y el Software.

Palabras clave: Estrategias de Enseñanza, Función Cuadrática, GeoGebra.

Abstract: In order to investigate some methodological strategies used by mathematics teachers to teach the quadratic function using Geogebra mathematical software with students from the computer science specialty of the University Institute of Industrial Administration Technology (IUTA), the aim is to characterize some aspects that help to generate methodological strategies by analyzing the experience of teachers in the classroom in the light of the Theory of Didactic Situations. To collect the information, a semi-structured interview and participant observation were applied. For the analysis of the information, the contributions of the Theory of Didactic Situations were obtained, thus obtaining ten categories related to each of the aspects mentioned above. As a result of the triangulation process (Key informants –Input theories– Researcher), it was concluded that teachers in mathematics attend to the need to develop methodological strategies for teaching the function, based on traditional teaching, however the need is noted that the mathematics teacher establishes a relationship with the subjects to be taught and the Software.

Keywords: Teaching Strategies, Quadratic Function, GeoGebra.

INTRODUCCIÓN

La Educación Matemática, sin duda alguna, forma parte de las ciencias sociales en la actualidad; es por ello, que es y seguirá siendo centro de numerosas investigaciones, que nutren valiosamente este campo; más aún, si los que son objeto de estudio son profesores de matemáticas activos que la mayor parte de su tiempo se dedican a enseñar matemáticas, de allí que el presente artículo toma como eje central el proceso de enseñanza de la función cuadrática con el uso del GeoGebra.

Las tendencias actuales en la enseñanza de la matemática han destacado la importancia del uso de la tecnología como un medio que permite tanto al docente como al estudiante obtener conclusiones y realizar observaciones que, en otros ambientes, como por ejemplo la utilización de solo lápiz y papel serían difíciles de obtener; es por ello, que el uso de la tecnología ha generado cambios sustanciales en la forma como los docentes y los estudiantes enseñan y aprenden matemáticas. Cada uno de los ambientes computacionales que pueden emplear, proporcionan condiciones para que los docentes y los estudiantes identifiquen, examinen y comuniquen distintas ideas matemáticas.

El surgimiento de diferentes software, como en el caso del GeoGebra para la enseñanza de las matemáticas y su incorporación en el salón de clases, exige que sea el profesor de matemáticas quien introduzca conceptos de las matemáticas apoyándose en el uso de la computadora, lo que de alguna manera conlleva a deslastrarse del pensamiento memorístico, repetitivo, unilateral, entre otros, y en su lugar dar apertura a la inserción de una variedad de estrategias metodológicas que favorezcan el aprendizaje de los estudiantes.

Con el propósito de indagar sobre algunas estrategias metodológicas utilizadas por los docentes de matemática para la enseñanza de la función cuadrática, haciendo uso del software matemático Geogebra con estudiantes de la especialidad de informática del Instituto Universitario de Tecnología de Administración Industrial (IUTA), se pretende caracterizar algunos aspectos que ayuden a generar estrategias metodológicas analizando la experiencia de los docentes en el aula clases a la luz de la Teoría de las Situaciones Didácticas.

Revisión de la literatura

Teoría de las situaciones didácticas

Es una teoría de enseñanza (Brousseau, 1983), que se encarga de buscar las condiciones para generar de manera artificial los conocimientos matemáticos desde el propio objeto matemático, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyan de manera espontánea. Guy Brousseau decía, que:

Las Situaciones Didácticas son un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución (Brousseau, 1986).

Una de las nociones que explica la gestión de las situaciones didácticas es el “Contrato Didáctico”. Esta herramienta teórica da cuenta de las elaboraciones con respecto a un conocimiento matemático en particular, que se produce cuando cada uno de los interlocutores de la relación didáctica interpreta las intenciones y las expectativas explícitas e implícitas del otro, en el proceso de comunicación. Cuando el docente dice, o gesticula, o sugiere, a raíz de una intervención del alumno referida al asunto matemático que se está tratando, además de lo dicho explícitamente, juega una intención que muchas veces se expresa entre líneas. El alumno trata de comprender lo implícito: supone, infiere, se pregunta, y se responde. Todo eso interviene en la conceptualización que el alumno logre alcanzar.

Dentro de estas situaciones que ocurren en el aula de clases se identifican algunos elementos que pueden inhibir o impedir la construcción del conocimiento denominadas Paradojas Pedagógicas, una de ellas, es el *Efecto Topaz* en alusión a los procedimientos didácticos activados por el profesor (este efecto hace de la exageración y deformación de las palabras, durante un dictado, para evitar que los alumnos cometan errores). Otro efecto, consiste en apurar las opiniones de los participantes frente a un determinado problema, observando que sus aprendices no dan con la respuesta esperada, por lo que el docente interviene, realizando una pregunta que cambia la dirección a lo que se tiene que hacer.

Estrategias de enseñanza

Desde el punto de vista cognitivo se han desarrollado avances con respecto a la naturaleza del conocimiento, la forma correcta de resolver problemas y la comprensión de información. En este sentido (Fairstein y Gissels, 2003), plantean que la “estrategia de enseñanza es la forma en que el profesor crea una situación que permita al alumno desarrollar la actividad de aprendizaje.” De la definición anterior se puede deducir que las estrategias de enseñanza facilitan las condiciones para que el alumno desarrolle sus capacidades en torno a los procesos de aprendizaje y la importancia del rol mediador del docente para desarrollar tales metas.

Considerando que es a partir de las estrategias de enseñanza que el docente facilita las condiciones para que el alumno desarrolle sus aprendizajes, es importante considerar los aportes de (Beyer ,1998) cuando plantea que los educandos “sacan mucho más provecho de la estimulación, la facilitación y los ejercicios que el maestro les propone cuando estos van acompañados de una instrucción deliberada y sistemática del modo en que se emplea la actitud mental que están aprendiendo” (Beyer, 1998, p.65).

Otro elemento importante a considerar en las estrategias de enseñanza es el proceso cognitivo en busca de un mejor aprendizaje en los alumnos, al respecto (Díaz y Hernández, 1998), proponen la siguiente clasificación:

TABLA 1.
Estrategias docentes para un aprendizaje significativo

Estrategias de Enseñanza	Efecto esperado
Objetivos	Busca dar a conocer el alcance del material y su manejo de acuerdo a expectativas reales, contextualizadas y con sentido. Desarrolla habilidades para observar y reconocer.
Ilustraciones	Se refiere a la codificación visual de la información, a partir de procesos como observación, descripción y creación.
Preguntas intercaladas	Permite practicar y consolidar lo aprendido, aclarar dudas y la autoevaluación.
Pistas Tipográficas	Busca mantener atención e interés, y buscar información principal, ya que permiten observar, clasificar y reconocer.
Resúmenes	Propicia el recuerdo y la comprensión de la información que se desea aprender, desarrollando procesos de síntesis.
Organizadores previos	Ofrece una visión global de la información facilitando su acceso y comprensión.
Analogías	Comprensión de la información abstracta y transferencia a otros contextos
Mapas conceptuales, Redes semánticas	Proporciona una representación visual y semántica de los conceptos facilitando su comprensión, análisis, creación y reconocimiento.

Díaz y Hernández, 1998

Función Cuadrática

Se llama función cuadrática a toda función tal que: $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Al monomio ax^2 se le llama término cuadrático, al monomio bx se le llama término lineal y a la constante c se le llama término independiente. La gráfica de toda función cuadrática es una parábola, que es la sección cónica resultante de cortar un cono recto con un plano (π) cuyo ángulo de inclinación (α) respecto al eje de revolución del cono sea igual al presentado por su generatriz.

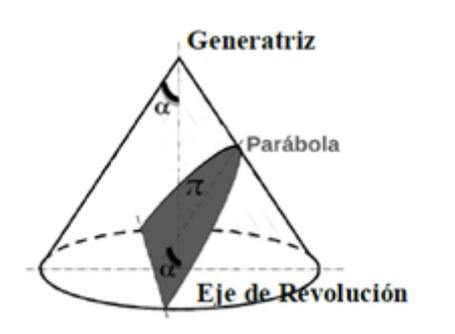


FIGURA 1.
La Parábola

Las propiedades analíticas de la función cuadrática pueden estudiarse convenientemente por medio de las propiedades geométricas de la parábola. Desde el punto de vista geométrico analítico, una parábola es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, siempre es igual a su distancia en un punto fijo del plano y que no pertenece a la recta. El punto fijo se le llama foco y a la recta fija directriz de la parábola (Lehmann, 1997).

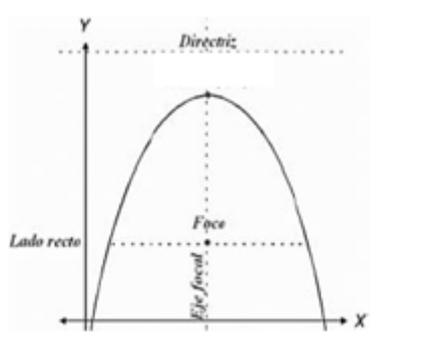


FIGURA 2.
Elementos de la Parábola

Toda función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, se puede expresar de la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, esta transformación implica completar el cuadrado en el polinomio:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c$$

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c$$

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

De donde: $h = -\left(\frac{b}{2a}\right)$ y $k = c - \left(\frac{b^2}{4a}\right)$, h es el valor de la abscisa y k es el valor de la ordenada, es el punto denominado vértice de la parábola. La grafica a continuación es una parábola con vértice (h, k) , si la parábola abre hacia arriba $a > 0$, y si abre hacia abajo $a < 0$. Stewart (2007).

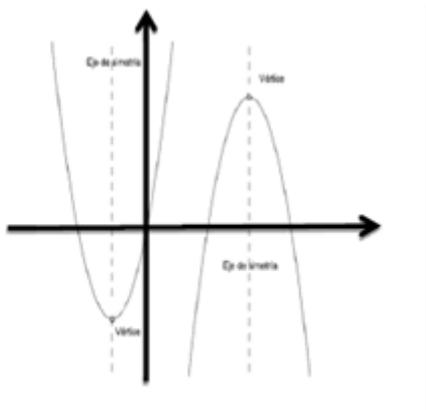


FIGURA 3.
Vértice de una Parábola

Las funciones cuadráticas pueden tener, o no, raíces reales (ceros). En efecto, dada la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, para calcular las raíces hacemos $f(x) = 0$; luego, deducimos la formula general mediante el siguiente procedimiento (completar el cuadrado):

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = 0$$

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c = 0$$

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c = 0$$

Como $a \neq 0$, dividimos entre a :

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} &= 0 \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a} \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \end{aligned}$$

Finalmente despejando la variable # obtenemos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Esta ecuación se denomina la resolvente, la cual no da como soluciones o raíces:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

La expresión $\Delta = b^2 - 4ac$, se llama discriminante de la ecuación. Su valor es de gran importancia, ya que permite anticipar la naturaleza de las soluciones que tiene la ecuación, que a su vez nos indica el número de cortes que tiene la parábola respecto al eje horizontal: Si $\Delta > 0$, la ecuación tiene dos raíces reales, y a su vez la parábola corta al eje horizontal dos puntos. Si $\Delta = 0$, la ecuación tiene una raíz real, y a su vez la parábola corta al eje horizontal en un punto. Si $\Delta < 0$, la ecuación tiene dos raíces complejas conjugadas, y a su vez la parábola no corta al eje horizontal.

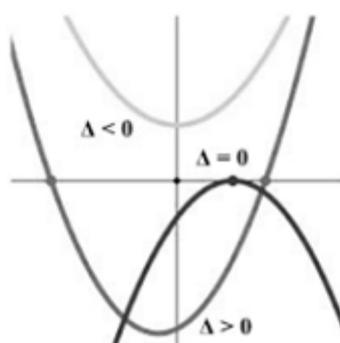


FIGURA 4.
Puntos de Corte con el eje x de una Parábola

El procedimiento general para estudiar y graficar una función cuadrática es como sigue: Determinar cómo abre la parábola (hacia arriba o hacia abajo). Para ellos se verifica el signo del coeficiente #. Determinar el vértice # (#, #) de la parábola. Hallar los puntos intercepción con el horizontal (raíces de la función cuadrática. Ubicar los puntos de intercepción con el horizontal (si los tiene), el punto de intercepción con el eje vertical (#: término independiente), y el vértice en el plano cartesiano. Conectar dichos puntos con una curva suave.

Software Matemático

El Software matemático es aquel que se utiliza para realizar, apoyar o ilustrar problemas matemáticos; en este tipo de programa se encuentran los sistemas algebraicos computacionales y graficadores de funciones, entre otros. Existen grupos y proyectos dedicados al estudio y difusión de software matemático libre, los cuales han aportado productos que facilitan el trabajo con estas herramientas.

En la enseñanza de la matemática, el uso de programas graficadores es una de las aplicaciones más prometedoras (Maheswaran, 2012). El software didáctico para computadoras posee la capacidad de interactuar con el usuario, facilitan el proceso de aprendizaje. Ofrecen la oportunidad al estudiante de realizar y explorar curvas con rapidez y en forma precisa. El uso de software matemático representa una alternativa para la enseñanza de esta área por su versatilidad, fácil uso, abarca la mayoría de los objetivos y requiere un conocimiento mínimo sobre el uso del computador. En la Actualidad, existen diferentes programas para computadoras que asisten en la enseñanza de la matemática, tal es el caso del Software Dinámico Geogebra.

GeoGebra

Es un software libre de matemática dinámica para educación en todos sus niveles. Reúne dinámicamente, aritmética, geometría, álgebra y cálculo en un único conjunto tan sencillo a nivel operativo como potente. Su creador es Markus Hohenwarter, quien comenzó el proyecto en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo (Austria) como tesis de grado para la maestría en Enseñanza de Matemáticas y Ciencias Informáticas, presentándola en el 2002.

Markus Hohenwarter en una entrevista explica que “GeoGebra es una forma de mostrar las matemáticas de una manera interactiva para que los estudiantes puedan tener una experiencia de primera mano con esta ciencia”. En la ventana geométrica de este software se pueden construir figuras atendiendo a ciertas propiedades eminentemente geométricas y en consecuencia se obtiene la ecuación que define la construcción en la ventana de álgebra, en el campo de entrada de comandos se pueden introducir directamente las ecuaciones que representan el objeto matemático y por ende se obtiene la representación geométrica, y por otro lado existen comandos en los que se deben aplicar propiedades geométricas para después deducir e introducir la ecuación que corresponde al objeto matemático en cuestión. Así, el Software GeoGebra nos ofrece tres sistemas de representación uno geométrico, uno numérico (hoja de cálculo) y otro algebraico indisolubles uno del otro (García, 2015).

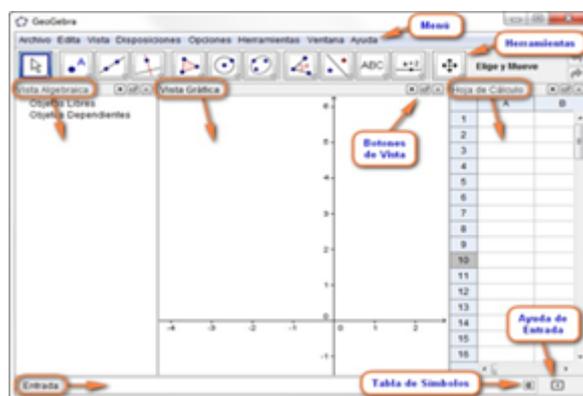


FIGURA 5.
Interfaz del Software GeoGebra versión 4.2

La Función Cuadrática y el uso del GeoGebra

El GeoGebra, convenientemente utilizado, permite profundizar en Fundamentos de la matemática escolar pues permite integrar, comprender y utilizar con facilidad y rapidez, contenidos de distintas áreas para justificar procedimientos y resultados (Hernández, 2017). El autor, antes citado, presenta algunos ejemplos sobre funciones cuadráticas y parábolas con apoyo del GeoGebra, además algunas consideraciones y comentarios para la solución o tratamiento didáctico pensando en posibles ideas o vías que pudieran redescubrir y plantear los escolares a partir de sus conocimientos previos y el trabajo en equipo, es decir, inicialmente se centra la atención en las iniciativas con vista a propiciar su creatividad de manera diferenciada.

En el mismo orden ideas el autor plantea el siguiente ejercicio: Dada la siguiente función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x + 1$, $f \in \mathbb{R}$, tal que $x \neq 0$, y bosqueja las siguientes interrogantes:

- ¿Qué relación debe existir entre a , b y c para que $f(x)$ tenga dos ceros?
- ¿Cómo proceder para determinar el eje de simetría de $f(x)$?
- ¿Cómo determinar las coordenadas del vértice de $f(x)$?
- Si $a > 0$, ¿en cuál subconjunto del dominio de $f(x)$ se cumple que $f(x_1) > f(x_2)$, $\# x_1$?
- ¿Cómo determinar en el dominio de $f(x)$ el conjunto en el cual $f(x)$ es positiva?
- Si $f(x) = x^2 - 4x + c$ y $-4 \leq c \leq 15$, para cuáles valores de C , $f(x)$ tiene dos ceros enteros.
- Luego de dar respuesta a las anteriores interrogantes por las vías ya conocidas, elabora nuevas vías de solución, principalmente con el apoyo del GeoGebra u otro software conveniente y explicita los fundamentos matemáticos y constructivos utilizados.

El autor, luego de realizar un diagnóstico, evidencia que se requiere una mejor atención al dominio que poseen los alumnos sobre los fundamentos de las matemáticas escolares y a la incidencia que en este sentido tienen las relaciones entre distintos contenidos matemáticos que actualmente se trabajan de forma fragmentada. Finalmente, plantea una vía posible para construir la parábola $f(x) = x^2 + bx + c$, determinar el eje de simetría y las coordenadas del vértice de $f(x)$ mediante el GeoGebra, la cual, consiste en introducir la función y deslizadores para sus parámetros y posteriormente; situar un punto (A) en la función (f) y trazar una recta (d) que pase por este y sea perpendicular al eje Y, con el propósito de buscar dos puntos que permitan determinar el eje de simetría y las coordenadas del vértice, y a partir de aquí dar respuestas a las interrogantes del ejercicio anterior.

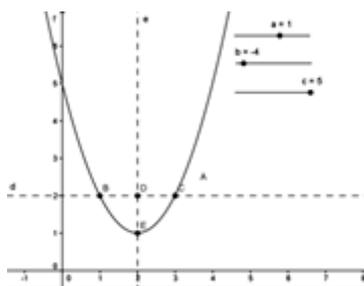


FIGURA 6.

Función $f(x) = x^2 + bx + c$, deslizadores y eje de simetría

El autor concluye que los ejercicios y consideraciones expuestos ilustran las ventajas que ofrece el uso del GeoGebra para profundizar en fundamentos de la matemática y el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje en general a partir de opciones que posibilitan: la integración de diversos contenidos que, naturalmente se trata de manera fragmentada el trazado de gráficos y construcciones auxiliares para facilitar el análisis de propiedades y la generación de nuevas vías de solución; la transformación de ejercicios atendiendo a la diferenciación de la enseñanza acorde a los conocimientos previos de los escolares, los objetivos, los medios y las condiciones objetivas en determinados momentos; a su vez, la estimulación de la creatividad en los docentes.

METODOLOGÍA

Investigación de carácter descriptivo, desde una perspectiva de predominio cualitativo. El estudio se realizó a docentes del curso de matemática I, específicamente del área de informática del “Instituto Universitario de Tecnología de Administración Industrial (IUTA)”; no obstante, de este grupo de docentes, solo se seleccionaron tres de acuerdo a los siguientes criterios:

- Docentes de matemática motivados a participar en el desarrollo de investigaciones orientados hacia el área pedagógica.

- Que hayan dictado en varias oportunidades el curso de matemática I, específicamente a los estudiantes del área de Informática.
- Que exista interés hacia la participación con apertura al cambio.
- Que tengan más de tres años de experiencia.

Se aplicó una entrevista semiestructurada, los informantes clave facilitaron el proceso de investigación dado que poseen destrezas, conocimientos a los que sería difícil acceder, si ellos no estuvieran dispuestos a cooperar, se procedió a entrevistar a los informantes ya seleccionados de acuerdo con los criterios anteriores, que en adelante serían identificados como Docente 1, 2 y 3, en donde cada uno respondió a una entrevista, antes o después de una sesión de clases relacionada con el tema de la función cuadrática. La entrevista consistió en preguntas abiertas, semiestructuradas, generadoras de discusión, orientadas específicamente a las estrategias de enseñanza aplicadas y sugeridas a partir de la experiencia profesional de cada uno de ellos.

Una vez realizada la entrevista y recogida la información, posteriormente se procedió a la elaboración de la categorización para clasificar, conceptualizar o codificar con un término o expresión que sea clara e inequívoco las expresiones arrojadas por cada uno de los informantes que conforman la investigación. Luego, se realizó la matriz general de categorías, con su respectiva estructura general de entrevista a los informantes clave. A partir de todas estas matrices, se creó la matriz de triangulación, en la cual se realizó un proceso de abstracción o relación entre las categorías generales más significativas, con las expresiones emitidas por los informantes en las entrevistas, las observaciones realizadas por el investigador y el aporte teórico de autores relacionados con el tema de estudio, concluyendo con la interpretación teórica de dicha triangulación.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los indicios de este estudio estuvieron dentro de la investigación de campo con la intención de generar estrategias didácticas para la enseñanza de la función cuadrática con el uso del GeoGebra dirigida a docentes del “Instituto Universitario de Tecnología de Administración Industrial (IUTA)” Maracay, Estado Aragua.

La información que se presenta en esta sección fue recogida en forma directa de la realidad dando a conocer la búsqueda organizada de acuerdo al guion de entrevista analizado por los expertos y aplicado a los docentes de matemática en la especialidad de informática del “Instituto Universitario de Tecnología de Administración Industrial (IUTA)” Maracay, Estado Aragua.

Toda la información recabada por la aplicación del instrumento pasa a formar parte del cuerpo de este apartado, obedeciendo al análisis sistemático y ordenado del que hablan los expertos pues aquí, se hizo una investigación basada en la indagación y posteriormente se tomó toda la información suministrada tal cual como fue expresada por los entrevistados.

Posteriormente, se procedió a la elaboración de las categorías obtenidas de cada ítem y la construcción de las matrices de categorización, se organizó toda la información obtenida por parte de los informantes, en donde se reflejan las expresiones más resaltantes y se consideraron las más relevantes y pertinentes al estudio de la función cuadrática con el uso del GeoGebra; finalmente, a partir de cada una de las matrices, se elaboró una interpretación basada en la observación por parte del investigador y el aporte teórico de autores relacionados con el tema de estudio.

A continuación, se presentan las matrices de categorización por medios de los siguientes cuadros:

TABLA 1.
Categoría: Estrategias Metodológicas

	Opinión de Docente	Opinión del Investigador	Teoría
Docente 1	Se aborda al estudiante con algunos conocimientos previos que competen al tema específico de estudio, como en este caso, el de la función cuadrática. Brevemente se le indica al estudiante como trabajar con la función cuadrática resolviendo ejercicios relacionados con referencia al tema, para que el estudiante tenga la capacidad de resolver dicha función en cualquier forma.	Para lograr una interpretación bastante amplia es necesario que el estudiante posea algunos conocimientos previos sobre lo que significa una función. A partir allí para el estudio de la función cuadrática es necesario experimentar sus distintas formas de expresión, como lo son su forma polinómica, factorizada y canónica. Para ello es conveniente que el estudiante trabaje en la transformación de una expresión a otra y analizar en casos convenientes en utilizar una expresión y no otra. Desde el punto de vista geométrico, la parábola reúne propiedades que permiten al estudiante apropiarse más rápidamente del concepto de función cuadrática; por ello, es necesario estudiar las gráficas de la función cuadrática de manera amplia para profundizar en el comportamiento de dicha función.	Brousseau (1983) desarrolla la "Teoría de las Situaciones", la cual admite diseñar y explorar un conjunto de secuencias de clases y estrategias de acción ideadas por el docente con el fin de disponer de un medio para lograr el aprendizaje de sus estudiantes. Ausubel (1963) plantea que el aprendizaje significativo requiere que el profesor se convierta en una especie de intermediario del conocimiento, donde a partir de métodos de enseñanza adaptable y flexibles, es el alumno quien finalmente logra incorporar ese conocimiento a sus conocimientos previos para que de esta manera se pueda dar un aprendizaje. Fairstein y Gissels (2003) plantean que la "estrategia de enseñanza es la forma en que el profesor crea una situación que permita al alumno desarrollar la actividad de aprendizaje".
Docente 2	Es preciso comenzar con la exposición de la fundamentación teórica, después resolver ejercicios en la pizarra y luego formular una serie de ejercicios para que el educando los resuelva en clases y finalmente se les da una retroalimentación.		
Docente 3	Primeramente, se les indica a los estudiantes de donde proviene la función cuadrática, luego se le presenta desde el punto de vista analítico y gráfico utilizando algunas ilustraciones asociadas a la función cuadrática, como por ejemplo el movimiento parabólico. Finalmente, se les coloca una serie de problemas asociados a dicha función para su interpretación posterior.		

De acuerdo a las distintas teorías relacionadas con las estrategias metodológicas de enseñanza, es importante señalar que el docente está en la obligación, cumpliendo con su rol de facilitador, de explorar diferentes acciones para crear diversas estrategias metodológicas adaptándose rápidamente a los cambios que se puedan suscitar en el aula de clases para construir un ambiente de aprendizaje donde el estudiante logre incorporarse al conocimiento relacionado con el tema de la función cuadrática.

TABLA 2.
Categoría: Resultados Obtenidos

	Opinión de Docente	Opinión del Investigador	Teoría
Docente 1	Los resultados no han sido muy satisfactorios, ya que al inicio el estudiante presenta cierta confusión de cómo debe usar y resolver los ejercicios relacionados con la función cuadrática. Cabe destacar que cada uno de ellos aborda los ejercicios propuestos por el docente de acuerdo a las estrategias sugeridas por el profesor.	Es importante estudiar estrategias de enseñanza que propicien la reflexión entre todos los actores que intervienen en el proceso de enseñanza y aprendizaje para lograr resultados significativos atendiendo las practicas pedagógicas tanto del docente como los estudiantes y fortalecer las áreas en donde los estudiantes han obtenido resultados poco favorables, lo que conlleva a desarrollar estrategias más específicas adaptadas a contenido matemático, es decir personalizar las estrategias mediante el refuerzo a cada estudiante en las áreas en que ha obtenido menores resultados.	Beyer (1998) propone una clasificación de estrategias de enseñanza, la cual se especifica de la siguiente manera: Estrategia inductiva que permite a los alumnos utilizar la actitud para poder reflexionar en relación a la actividad realizada, comprendiendo el proceso que fue desarrollado. Estrategia directiva: El docente modela el uso de la actitud y luego los alumnos la usan reflexionando sobre la actividad. Estrategia de desarrollo: Permite combinar la estrategia inductiva y directiva, destacando el rol mediador del docente para que los alumnos descubran sus aciertos y errores en el proceso a objeto de culminar exitosamente la actividad propuesta.
Docente 2	Los resultados han sido bastante positivos debido a la retroalimentación que se les da al inicio de cada clase, también es importante señalar que todo depende de la calidad con que el educando ha recibido los conocimientos anteriores.		
Docente 3	Han sido bastante favorables debido a la aplicación que tiene la función cuadrática con la realidad. Considero que el uso de las gráficas es provechoso para los estudiantes en formación sobre cualquier tema relacionado con la función cuadrática.		

Las estrategias de enseñanza tienen la finalidad de favorecer el desarrollo de las habilidades en los estudiantes; no obstante, para lograr calidad en la enseñanza se deben considerar otros aspectos que también son necesarios de tomar en cuenta en los docentes, la planificación, el dominio de los conocimientos, la formación continua y la utilización de diversos recursos tecnológicos como mediadores del aprendizaje.

TABLA 3.
Categoría: Dificultades que emergen

	Opinión de Docente	Opinión del Investigador	Teoría
Docente 1	La dificultad más evidente que presentan los estudiantes es cuando se le pide determinar el valor numérico de la Función cuadrática para algunos valores de x , ya que el error lo relacionan directamente con las propiedades de la potenciación y el uso correcto de las reglas de los signos.	Es preciso señalar que la mayoría de las dificultades y errores relacionados al tema de la función cuadrática que presentan los estudiantes posiblemente se deba a los conocimientos previos que poseen los cuales tienen que ver con los siguientes aspectos: relación entre los coeficientes de la función y las características geométricas de su representación gráfica, errores relacionados al cálculo, específicamente con las propiedades relacionadas con los números reales y las dificultades relacionadas con las construcciones mentales en cuanto a la interpretación gráfica de las funciones cuadráticas.	Brousseau (1983) propone una herramienta teórica denominada el "contrato didáctico", en donde se estudia un conocimiento matemático en particular, tomando en cuenta la relación didáctica que se produce entre los interlocutores y las expectativas explícitas e implícitas del entre ellos, en el proceso de comunicación. Cuando el docente dice, o gesticula, o sugiere, a raíz de una intervención del alumno referida al asunto matemático que se está tratando, además de lo dicho explícitamente, juega una intención que muchas veces se expresa entre líneas. El alumno trata de comprender lo implícito: supone, infiere, se pregunta, y se responde. Todo eso interviene en la conceptualización que el alumno logre alcanzar. Esta situación que ocurren en el aula de clases se identifican algunos elementos que pueden inhibir o impedir la construcción del conocimiento denominadas Paradojas Pedagógicas, una de ellas es el Efecto Topaz en alusión a los procedimientos didácticos activados por el profesor (este efecto hace de la exageración y deformación de las palabras, durante un dictado para evitar que los alumnos cometan errores).
Docente 2	La mayoría de las dificultades se presentan cuando el estudiante debe hacer uso de las operaciones involucradas con el conjunto de los números reales.		
Docente 3	Presentan muchas dificultades para operar con los números reales lo que conlleva a un error en la construcción de la gráfica de la parábola, lo que luego repercute en la interpretación de la misma y la aplicación que pueda llegar a tener la función cuadrática.		

Es importante señalar que si bien es cierto las estrategias de enseñanza ayudan a fortalecer las habilidades de los estudiantes, es necesario mantener en todo momento una comunicación activa con ellos para evitar dificultades antes, durante y después del proceso de aprendizaje, siempre identificando elementos que puedan impedir la construcción del conocimiento con la intención de que el estudiante pueda lograr los objetivos planteados por el docente cuando utiliza dichas estrategias en el caso particular del tema relacionado con la función cuadrática.

TABLA 4.
Categoría: Software Matemático

	Opinión de Docente	Opinión del Investigador	Teoría
Docente 1	Si, en una ocasión se dio la oportunidad de trabajar con estudiantes de ingeniería en computación en el tema de las funciones reales, en donde una de las funciones que se trabajó, fue la función cuadrática utilizando el software Máxima.	En la actualidad podemos encontrar muchas variedades de Software matemáticos que favorecen la enseñanza de la matemática y de cualquier tópico relacionada con la misma, los cuales contribuye	Maheswaran (2018), plantea que, en la enseñanza de la matemática, el uso de programas graficadores es una de las aplicaciones más prometedoras. El software didáctico para computadora posee la capacidad de interactuar con el usuario y facilitan el proceso de aprendizaje.
Docente 2	Si, en una sesión con estudiantes de informática se trabajó con la función cuadrática utilizando un software llamado Derive.	significativamente a mejorar la eficiencia educativa, siempre y cuando se realice un diagnóstico acertado y se diseñen las estrategias de enseñanza adecuada para logra así un aprendizaje significativo.	
Docente 3	Si, hace mucho tiempo se trabajó con un grupo de estudiantes diferentes tipos de funciones con un software llamado FunGraph.		

La utilización de los Software Matemáticos es una herramienta virtual muy provechosa para la enseñanza de la matemática; sin embargo, es importante señalar que el uso de estas herramientas debe hacerse de manera continua con el fin de fortalecer las estrategias a utilizar para la enseñanza de cualquier tópico en matemática y más aún cuando se trata de las funciones cuadráticas, ya que este contenido involucra elementos asociados al cálculo, el álgebra y la geometría.

TABLA 5
Categoría: Beneficios del Software Matemático

	Opinión de Docente	Opinión del Investigador	Teoría
Docente 1	Se involucran rápidamente en el contenido matemático a estudiar y manifiestan que consiguen muy fácilmente visualizar los conceptos que se presentan en clase.	Los software matemáticos representan una de las alternativas para la enseñanza de cualquier tema en matemática debido a que orienta a los estudiantes en su proceso de aprendizaje, facilita la evaluación y el control del tema matemático, lo cual es atractivo para los estudiantes, ya que suministra mucha información que conlleva a la retención, lo que se traduce en un aprendizaje significativo.	Maheswaran (2018), señala que algunos softwares matemáticos ofrecen la oportunidad al estudiante de realizar y explorar curvas con rapidez y en forma precisa. Representa una alternativa para la enseñanza de la matemática por su versatilidad, fácil uso, abarca la mayoría de los objetivos y requiere un conocimiento mínimo sobre el uso del computador.
Docente 2	El acceso y puesta en acción de menús y herramientas matemáticas del software el algo más fácil y atractivo para los estudiantes. Ayuda bastante a resumir los cálculos tediosos y al mismo tiempo proporciona una vista grafica que mejora un poco la interpretación por parte de los estudiantes en este tema.		
Docente 3	Aunque es un software bastante limitado en cuanto a las herramientas que se puedan utilizar, sirve perfectamente para abordar cualquier tipo de función.		

El software matemático resulta bastante atractivo a la hora de trabajar cualquier tópico matemático; sin embargo, es preciso conocer orientar a los estudiantes en cuanto a su uso para evitar dificultades y distracciones en los estudiantes específicamente en el contenido estudiado, por otro lado es importante que el estudiante descubra los beneficios del software para que desarrolle habilidades en la interpretación, la observación y pensamiento crítico.

TABLA 6.
Categoría: Software GeoGebra

	Opinión de Docente	Opinión del Investigador	Teoría
Docente 1	Sí, la herramienta GeoGebra facilita los procesos de enseñanza y aprendizaje porque permite encontrar soluciones matemáticas de una determinada situación de la vida real.	El GeoGebra es un sistema de geometría dinámica, que permite la introducción directa en la ventana gráfica de objetos geométricos y la representación dinámica de los mismos. Combina las representaciones gráficas y simbólicas ofreciendo ambas al mismo tiempo: una expresión en la ventana algebraica se corresponde con un objeto en la	Hohenwarter en una entrevista explica que "GeoGebra es una forma de mostrar las matemáticas de una manera interactiva para que los estudiantes puedan tener una experiencia de primera mano con esta ciencia".
Docente 2	Si, optimiza el tiempo para la enseñanza de la matemática ya que es una herramienta muy potente si el docente y el estudiante le dan el uso adecuado.	ventana geométrica y viceversa. Asimismo, permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas y secciones cónicas como con funciones que después se pueden modificar dinámicamente. También, se pueden	
Docente 3	Si, sobre todo en aquellos temas relacionada con la geometría como en el caso de la construcción de figuras geométricas.	introducir ecuaciones y coordenadas directamente; permite hallar derivadas e integrales de funciones y ofrece un repertorio de comandos propios del análisis matemático.	

El GeoGebra es una de las herramientas tecnológica más sencillas de trabajar, ya que no necesita de tutoriales o asistentes para comprender su funcionamiento; sin embargo, los docentes deben diseñar materiales o actividades educativas para que los estudiantes manipulen el software y así deduzcan relaciones, propiedades y resultados a partir de la observación directa.

TABLA 7.
Categoría: Utilidad del GeoGebra

	Opinión de Docente	Opinión del Investigador	Teoría
Docente 1	Sí, ya que el GeoGebra posee todas las herramientas necesarias para analizar e interpretar cualquier tipo de función y más aún el tema de la función cuadrática.	El GeoGebra en una herramienta tecnológica muy útil para la enseñanza y el aprendizaje de cualquier tópico matemático. En el caso de la función cuadrática ayuda a la visualización, comprensión e	Hernández (2013), la importancia del GeoGebra en la enseñanza de la función cuadrática radica en las construcciones geométricas, la comprensión y elaboración de
Docente 2	Sí, considero que es una herramienta muy útil, además de moderna para la enseñanza y el aprendizaje de este tema en particular.	interpretación del concepto gracias a sus imágenes dinámicas, creando un ambiente de participación y discusión de los elementos	respuestas, la identificación de dificultades y potencialidades en los escolares, la estimulación de su curiosidad y la actividad investigativa de
Docente 3	Sí, ya que permite el desarrollo de los ejercicios con la orientación del docente, así el estudiante tiene un mejor rendimiento académico en cuanto al análisis visual y algebraico relacionado con este tipo de función.	asociados a la función cuadrática en donde el estudiante podría tener la capacidad de modelar problemas o situaciones matemáticas ayudándolo a superar obstáculos presentes en dicho tema.	forma individual y colectiva; asimismo, ilustran el carácter general o particular de determinado procedimientos y fundamentos que se utilizan, la diferenciación de casos y condiciones.

Es importante señalar que utilizar el GeoGebra en cualquier tópico matemático para su enseñanza y aprendizaje, es necesario que el docente tenga un conocimiento amplio del tema, ya que de esta manera podrá establecer una relación muy estrecha entre el contenido matemático y el software sacando un mejor provecho de las potencialidades del mismo.

TABLA 8.
Categoría: Función Cuadrática y el GeoGebra

	Opinión de Docente	Opinión del Investigador	Teoría
Docente 1	Todos los relacionados con la función cuadrática como por ejemplo dominio, rango, desde el punto de vista gráfico podríamos resaltar cortes con los ejes, vértice, entre otros.	Uno de los principales elementos a estudiar y analizar en la función cuadrática son sus parámetros a, b y c, ya que de ellos proviene todo el desarrollo algebraico, analítico y gráfico. Los elementos más resaltantes a estudiar de la función cuadrática haciendo uso del programa GeoGebra, podrían ser: Dominio, Rango, simetría, crecimiento, decrecimiento, concavidad, desplazamiento horizontal y vertical, entre otros.	Hernández (2013) resalta la importancia de los parámetros a, b y c para el comportamiento de la función, así como también el eje de simetría, el vértice y la relación que existe entre los elementos tomados y el uso de los comandos en GeoGebra permitiendo generar y corroborar ideas, estudiar con gran facilidad y rapidez el comportamiento de las funciones al variar los parámetros mencionados.
Docente 2	Se podría estudiar el comportamiento geométrico de la parábola tomando en cuenta elementos como vértice, foco, directriz, lado recto, entre otros.		
Docente 3	Se podría estudiar en su totalidad el comportamiento geométrico de la función cuadrática, en donde se resaltaría elementos como dominio, rango, simetría, vértice, raíces o corte con el eje x, entre otros.		

Todos los elementos señalados relacionados con la función cuadrática son necesarios para la comprensión de la misma; sin embargo, es importante la integración de diferentes elementos que generalmente se tratan de manera fragmentada tales como el trazado de los gráficos y construcciones auxiliares para facilitar el análisis de propiedades y la generación de nuevas vías de solución; la transformación de ejercicios atendiendo a la diferenciación de la enseñanza acorde a los conocimientos previos de los estudiantes, los objetivos, los medios y las condiciones objetivas en determinados momentos.

CONCLUSIONES

Se puede concluir que después de analizar la información suministrada por los docentes de matemática del “Instituto Universitario de Tecnología de Administración Industrial (IUTA)” Maracay, Estado Aragua en la especialidad de informática, que el proceso de enseñanza en cuanto a las estrategias metodológicas utilizadas para el estudio de la función cuadráticas, están basadas en las la enseñanza tradicional, sin embargo presentan variedad en las estrategias en el inicio del tema, donde toman en cuenta algunos aspectos relacionados con la planificación el dominio de los conocimientos y la formación continua.

También se puede apreciar en esta investigación que las dificultades que emergen en los estudiantes con la utilización de las diversas estrategias adoptada por los docentes de matemática en la especialidad de informática, están relacionadas con los conocimientos previos que posee el estudiante para abordar el tema de

la función cuadrática. La dificultad más común se presenta en las operaciones y las propiedades relacionadas con los números reales, que luego desencaja en un problema de visualización de las gráficas (parábolas) asociadas al tema.

A pesar de que los docentes en matemática tienen algún conocimiento sobre el software matemático, existe poco interés en la utilización de los mismos debido a la frecuencia o la continuidad en su aplicación para la enseñanza de cualquier tópico en matemática; sin embargo, manifiestan que son programas atractivos para los estudiantes en las que pueden desarrollar habilidades como la interpretación, la observación y pensamiento crítico.

En cuanto al Software GeoGebra, los docentes en matemáticas lo asocian con temas relacionados con la geometría, la graficación y la facilidad para trabajar en los procesos de enseñanza y aprendizaje; sin embargo, se nota la necesidad de que el docente en matemática establezca una relación con los temas a enseñar y el Software de tal manera de sacar un mejor provecho en el aprendizaje de los estudiantes.

En relación al tema de la función cuadrática los docentes en matemática señalan algunos elementos para la comprensión del mismo, tal como el trazado de las gráficas (parábolas), elementos asociados a la geometría analítica como: vértice, foco, lado recto, corte con los ejes; sin embargo, la relación entre el tema y la utilización de software GeoGebra no atiende a la necesidad que tiene el docente en elaborar estrategias metodológicas adecuadas para la enseñanza de este tópico para que los estudiantes puedan manipular el programa y deduzcan los elementos antes mencionados estableciendo relaciones, propiedades y resultados a partir de la observación directa.

REFERENCIAS

- Beyer, B. (1998). Enseñar a Pensar. Libro guía para docentes. TROQUEL.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles epistemologique et les problemes en Mathematiques. Recherches en didactique des Mathematiques, 42.165-198.
- Díaz, F., Hernández, G. (1998). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. Mc Graw. Hill
- Fairstein, G. Gyssels, S. (2003). ¿Cómo se enseña? Federación Internacional de Fe y Alegría.
- García, R. (2015). Estudio de las funciones reales de una variable real en un ambiente de geometría dinámica. Trabajo Final de Grado no publicado para optar al título de Magister en Enseñanza de la Matemática. Universidad Pedagógica Experimental Liberador. Maracay.
- Hernández, C. (2017). Consideraciones para el uso del GeoGebra en ecuaciones, inecuaciones, sistemas y funciones. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 82, http://www.sinewton.org/numeros/numeros/82/Enlared_01.pdf
- Lehmann, C (1997). Geometría Analítica. Limusa
- Maheswaran, M. (2012). A catalog of mathematics resources on the www and the Internet. mthwww.uwc.edu/www/mahes/files/math01.htm
- Stewart, J., Redlin, L., Watson, S. (2007). Precálculo. Matemáticas para el cálculo. Thomson.